

Poursuite aléatoire d'une cible et optimisation du temps de recherche

Applications à la cinétique réactionnelle

Pierre-Henry Suet

Laboratoire de Physique Théorique de la Matière Condensée
Université Pierre et Marie Curie, Paris 6

Soutenance de Thèse, 2007
Amphi Chouard, Tour 53, à 16h00

Plan

- 1 Introduction
- 2 Stratégies de recherche intermittente de cibles par des animaux
 - Ce qui a été fait
 - Modèle
 - Comparaison expérimentale
- 3 Processus de recherche intermittent et téléportation
 - Protéine cherchant un site cible sur l'ADN
 - Téléportation dans un système continu à symétrie sphérique
 - Téléportation dans des réseaux réguliers à 1D et à 2D
- 4 Temps de résidence en milieu confiné
- 5 Conclusion

Plan

- 1 Introduction
- 2 Stratégies de recherche intermittente de cibles par des animaux
 - Ce qui a été fait
 - Modèle
 - Comparaison expérimentale
- 3 Processus de recherche intermittent et téléportation
 - Protéine cherchant un site cible sur l'ADN
 - Téléportation dans un système continu à symétrie sphérique
 - Téléportation dans des réseaux réguliers à 1D et à 2D
- 4 Temps de résidence en milieu confiné
- 5 Conclusion

Plan

- 1 Introduction
- 2 Stratégies de recherche intermittente de cibles par des animaux
 - Ce qui a été fait
 - Modèle
 - Comparaison expérimentale
- 3 Processus de recherche intermittent et téléportation
 - Protéine cherchant un site cible sur l'ADN
 - Téléportation dans un système continu à symétrie sphérique
 - Téléportation dans des réseaux réguliers à 1D et à 2D
- 4 Temps de résidence en milieu confiné
- 5 Conclusion

Plan

- 1 Introduction
- 2 Stratégies de recherche intermittente de cibles par des animaux
 - Ce qui a été fait
 - Modèle
 - Comparaison expérimentale
- 3 Processus de recherche intermittent et téléportation
 - Protéine cherchant un site cible sur l'ADN
 - Téléportation dans un système continu à symétrie sphérique
 - Téléportation dans des réseaux réguliers à 1D et à 2D
- 4 Temps de résidence en milieu confiné
- 5 Conclusion

Plan

- 1 Introduction
- 2 Stratégies de recherche intermittente de cibles par des animaux
 - Ce qui a été fait
 - Modèle
 - Comparaison expérimentale
- 3 Processus de recherche intermittent et téléportation
 - Protéine cherchant un site cible sur l'ADN
 - Téléportation dans un système continu à symétrie sphérique
 - Téléportation dans des réseaux réguliers à 1D et à 2D
- 4 Temps de résidence en milieu confiné
- 5 Conclusion

Introduction



Combien de temps faut-il pour un chercheur pour trouver une cible ?

Exemples

- Echelle microscopique: réactions limitées par la diffusion
protéine cherchant un site cible sur l'ADN
- Echelle macroscopique: recherche de victimes
(avalanches, naufrages...)
animaux cherchant de la nourriture

Le temps de recherche est généralement le facteur limitant qui doit être optimisé

Quelle est la façon la plus rapide de trouver un objet caché au hasard ?

- recherche **systematique**
- comportement de recherche **intermittent** combinant des phases de recherche locales avec des phases de déplacements rapides

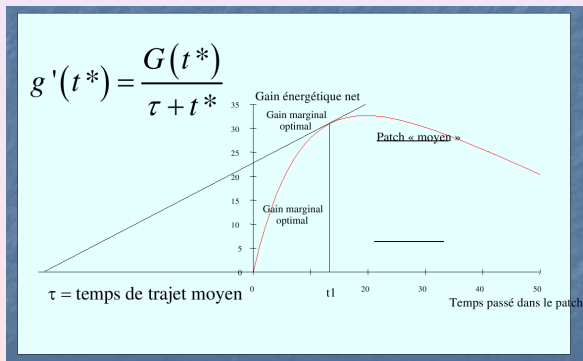


Plan

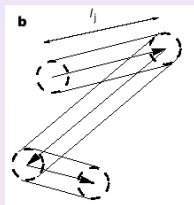
- 1 Introduction
- 2 **Stratégies de recherche intermittente de cibles par des animaux**
 - Ce qui a été fait
 - Modèle
 - Comparaison expérimentale
- 3 **Processus de recherche intermittent et téléportation**
 - Protéine cherchant un site cible sur l'ADN
 - Téléportation dans un système continu à symétrie sphérique
 - Téléportation dans des réseaux réguliers à 1D et à 2D
- 4 Temps de résidence en milieu confiné
- 5 Conclusion

Optimal Foraging Theory

Elle est basée sur le **théorème de la valeur marginale** (Charnov, 1976)



Le modèle de Viswanathan



Vols de Lévy:

$$P(l_j) \sim l_j^{-\mu}$$

- recherche **non destructive**
taux de rencontre optimal pour $\mu = 2$
- recherche **destructive**
mouvement balistique !

Que se passe-t-il si le mouvement dégrade la perception ?

Plan

- 1 Introduction
- 2 **Stratégies de recherche intermittente de cibles par des animaux**
 - Ce qui a été fait
 - **Modèle**
 - Comparaison expérimentale
- 3 **Processus de recherche intermittent et téléportation**
 - Protéine cherchant un site cible sur l'ADN
 - Téléportation dans un système continu à symétrie sphérique
 - Téléportation dans des réseaux réguliers à 1D et à 2D
- 4 Temps de résidence en milieu confiné
- 5 Conclusion

Introduction

Modèle sur les animaux

Processus de recherche intermittent et téléportation

Temps de résidence en milieu confiné

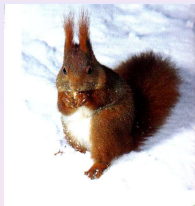
Conclusion

Ce qui a été fait

Modèle

Comparaison expérimentale

Quel est le point commun entre ces animaux ?



Stratégie de recherche intermittente en écologie comportementale

Observations [Bell, O'Brien, Kramer]
de nombreux animaux adoptent un comportement
"saltatoire":

- Des phases de **déplacement** alternent avec des phases **stationnaires**
- Les durées de ces phases **varient largement** selon les espèces
- Il semble y avoir une **corrélacion** entre ces durées

Peut-on justifier ces observations par un modèle cinétique ?

Stratégie de recherche intermittente en écologie comportementale

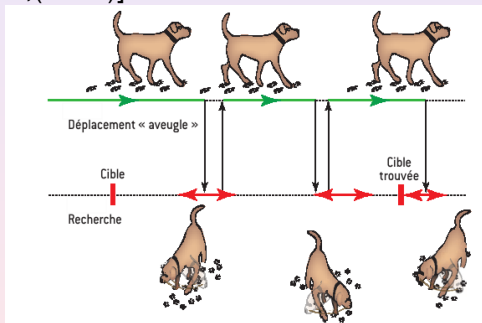
Observations [Bell, O'Brien, Kramer]
de nombreux animaux adoptent un comportement
"saltatoire":

- Des phases de **déplacement** alternent avec des phases **stationnaires**
- Les durées de ces phases **varient largement** selon les espèces
- Il semble y avoir une **corrélacion** entre ces durées

Peut-on justifier ces observations par un modèle cinétique ?

Modèle à 2 états (modèle 1D)

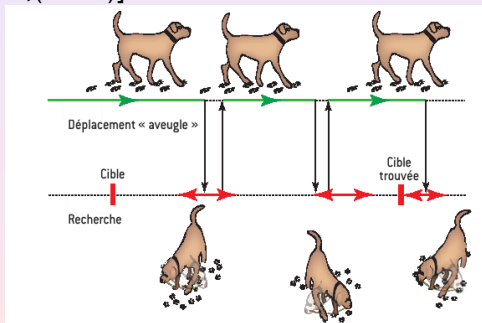
[PRL, (2005)], [J. Phys.: Cond. Matter, (2005)], [Physica A, (2005)]



- état 1: état de recherche minutieuse
- état 2: état de déplacement pur

Modèle à 2 états (modèle 1D)

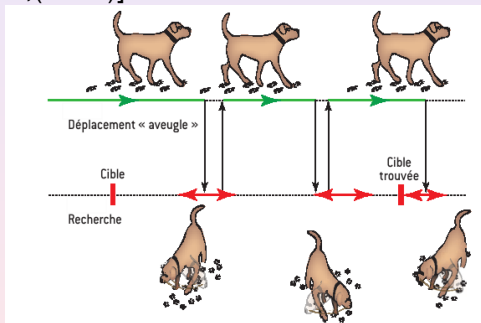
[PRL, (2005)], [J. Phys.: Cond. Matter, (2005)], [Physica A, (2005)]



- état 1: état de **recherche minutieuse**
- état 2: état de **déplacement pur**

Modèle à 2 états (modèle 1D)

[PRL, (2005)], [J. Phys.: Cond. Matter, (2005)], [Physica A, (2005)]



- état 1: état de **recherche minutieuse**
- état 2: état de **déplacement pur**

Modélisation du chercheur

- Phase 1 de durée T_1 :
 - Déplacement diffusif :

$$Prob(T_1 > t) = e^{-\lambda_1 t}$$

- Phase 2 de durée T_2 :
 - Déplacement balistique :

$$Prob(T_2 > t) = e^{-\lambda_2 t}$$

Modélisation du chercheur

- Phase 1 de durée T_1 :
 - Déplacement diffusif :

$$Prob(T_1 > t) = e^{-\lambda_1 t}$$

- Phase 2 de durée T_2 :
 - Déplacement balistique :

$$Prob(T_2 > t) = e^{-\lambda_2 t}$$

Modélisation du chercheur

- Phase 1 de durée T_1 :
 - Déplacement **diffusif** :

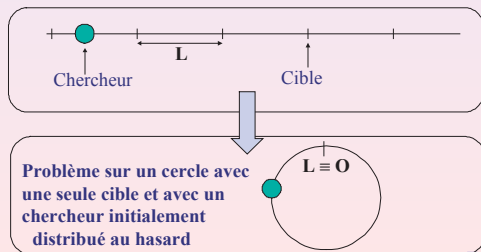
$$Prob(T_1 > t) = e^{-\lambda_1 t}$$

- Phase 2 de durée T_2 :
 - Déplacement **balistique** :

$$Prob(T_2 > t) = e^{-\lambda_2 t}$$

Modélisation des cibles

- situation réelle: les cibles sont cachées en des sites inconnus, distribués **au hasard**, avec une basse densité
- modélisation: la distribution des cibles est supposée **régulière**



Efficacité du processus de recherche

- Que vaut le **temps de recherche** $\langle T \rangle$?

$$\langle T \rangle \equiv \frac{1}{L} \int_0^L t(x, 1) dx$$

où $t(x, i)$ = temps moyen de premier passage,
et L = distance entre les cibles

- Quelle est la **stratégie optimale** de recherche par rapport aux fréquences λ_1 et λ_2 ?

⇒ Méthodes: équations différentielles vers le passé de
Chapman-Kolmogorov

Mise en équations

En utilisant l'équation différentielle de **Chapman-Kolmogorov** vers le passé, on obtient :

$$\begin{cases} D \frac{\partial^2 t(x,1)}{\partial x^2} + \lambda_1 [t(x,2) - t(x,1)] = -1 \\ v \frac{\partial t(x,2)}{\partial x} + \lambda_2 [t(x,1) - t(x,2)] = -1 \end{cases}$$

Avec des **conditions aux limites périodiques**:

$$\begin{cases} t(0,1) = t(L,1) = 0 \\ t(0,2) = t(L,2) \end{cases}$$

Temps de recherche

Dans la limite de basse densité, $L \gg \frac{v}{\lambda_2}, \sqrt{\frac{D}{\lambda_1}}, \frac{\lambda_2 D}{\lambda_1 v}$

$$\langle T \rangle \simeq \frac{L}{2v} \left(\frac{1}{\lambda_1 \tau} + \frac{1}{\lambda_2 \tau} \right) \frac{\tau^2 \lambda_2^2 + 2\lambda_1 \tau}{\sqrt{\tau^2 \lambda_2^2 + 4\lambda_1 \tau}}$$

où $\tau = \frac{D}{v^2}$

$\Rightarrow \langle T \rangle$ dépend **linéairement** de L !

Optimisation du temps de recherche $\langle T \rangle (\lambda_1, \lambda_2)$

- Pas de minimum global pour $\langle T \rangle (\lambda_1, \lambda_2)$
- mais λ_1 est borné par λ_{1max} (l'analyse des informations reçues par les organes sensoriels requiert un minimum de temps)
- alors $\langle T \rangle$ est minimum quand

$$\begin{cases} \lambda_1 = \lambda_{1max} \\ \lambda_2^5 + \frac{6}{\tau} \lambda_1 \lambda_2^3 - \frac{8}{\tau^2} \lambda_1^3 = 0 \end{cases}$$

Lois d'échelle

- Si $\lambda_{1max} \ll \frac{1}{\tau} \Rightarrow \lambda_2 = \left(\frac{4}{3\tau}\right)^{\frac{1}{3}} \lambda_1^{\frac{2}{3}}$

Dans ce régime **S**, le chercheur passe **plus de temps à chercher qu'à se déplacer**

- Si $\lambda_{1max} \gg \frac{1}{\tau} \Rightarrow \lambda_2 = \left(\frac{8}{\tau^2}\right)^{\frac{1}{5}} \lambda_1^{\frac{3}{5}}$

Dans ce régime **M**, le chercheur passe **plus de temps à se déplacer qu'à chercher**

Remarque: τ dépend a priori de la nature de l'animal

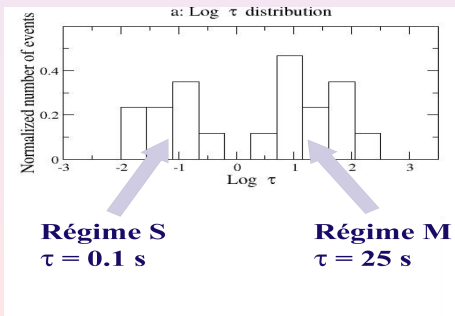
Plan

- 1 Introduction
- 2 Stratégies de recherche intermittente de cibles par des animaux
 - Ce qui a été fait
 - Modèle
 - **Comparaison expérimentale**
- 3 Processus de recherche intermittent et téléportation
 - Protéine cherchant un site cible sur l'ADN
 - Téléportation dans un système continu à symétrie sphérique
 - Téléportation dans des réseaux réguliers à 1D et à 2D
- 4 Temps de résidence en milieu confiné
- 5 Conclusion

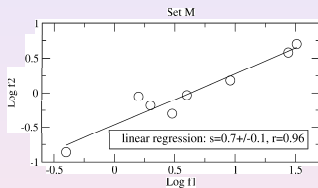
Stratégie Optimale / Comparaison Expérimentale 1

Des **données expérimentales** pour λ_1 et λ_2 sont disponibles pour des poissons, des oiseaux et des lézards (18 espèces ...)

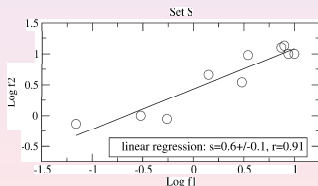
Histogramme de τ obtenu pour $\lambda_2^5 + \frac{6}{\tau} \lambda_1 \lambda_2^3 - \frac{8}{\tau^2} \lambda_1^3 = 0$



Stratégie Optimale / Comparaison Expérimentale 2



- $\lambda_2 \propto \lambda_1^{5/3}$ animaux passant **plus de temps à se déplacer** qu'à chercher



- $\lambda_2 \propto \lambda_1^{2/3}$ animaux passant **plus de temps à chercher** qu'à se déplacer

Plan

- 1 Introduction
- 2 Stratégies de recherche intermittente de cibles par des animaux
 - Ce qui a été fait
 - Modèle
 - Comparaison expérimentale
- 3 Processus de recherche intermittent et téléportation
 - Protéine cherchant un site cible sur l'ADN
 - Téléportation dans un système continu à symétrie sphérique
 - Téléportation dans des réseaux réguliers à 1D et à 2D
- 4 Temps de résidence en milieu confiné
- 5 Conclusion

Plan

- 1 Introduction
- 2 Stratégies de recherche intermittente de cibles par des animaux
 - Ce qui a été fait
 - Modèle
 - Comparaison expérimentale
- 3 Processus de recherche intermittent et téléportation
 - Protéine cherchant un site cible sur l'ADN
 - Téléportation dans un système continu à symétrie sphérique
 - Téléportation dans des réseaux réguliers à 1D et à 2D
- 4 Temps de résidence en milieu confiné
- 5 Conclusion

Plan

- 1 Introduction
- 2 Stratégies de recherche intermittente de cibles par des animaux
 - Ce qui a été fait
 - Modèle
 - Comparaison expérimentale
- 3 **Processus de recherche intermittent et téléportation**
 - Protéine cherchant un site cible sur l'ADN
 - Téléportation dans un système continu à symétrie sphérique
 - Téléportation dans des réseaux réguliers à 1D et à 2D
- 4 Temps de résidence en milieu confiné
- 5 Conclusion

Plan

- 1 Introduction
- 2 Stratégies de recherche intermittente de cibles par des animaux
 - Ce qui a été fait
 - Modèle
 - Comparaison expérimentale
- 3 **Processus de recherche intermittent et téléportation**
 - Protéine cherchant un site cible sur l'ADN
 - Téléportation dans un système continu à symétrie sphérique
 - Téléportation dans des réseaux réguliers à 1D et à 2D
- 4 Temps de résidence en milieu confiné
- 5 Conclusion

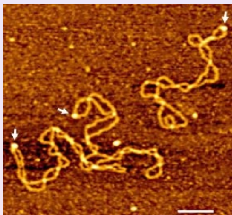
Plan

- 1 Introduction
- 2 Stratégies de recherche intermittente de cibles par des animaux
 - Ce qui a été fait
 - Modèle
 - Comparaison expérimentale
- 3 Processus de recherche intermittent et téléportation
 - Protéine cherchant un site cible sur l'ADN
 - Téléportation dans un système continu à symétrie sphérique
 - Téléportation dans des réseaux réguliers à 1D et à 2D
- 4 Temps de résidence en milieu confiné
- 5 Conclusion

Plan

- 1 Introduction
- 2 Stratégies de recherche intermittente de cibles par des animaux
 - Ce qui a été fait
 - Modèle
 - Comparaison expérimentale
- 3 Processus de recherche intermittent et téléportation**
 - Protéine cherchant un site cible sur l'ADN**
 - Téléportation dans un système continu à symétrie sphérique
 - Téléportation dans des réseaux réguliers à 1D et à 2D
- 4 Temps de résidence en milieu confiné
- 5 Conclusion

Protéine cherchant un site cible sur l'ADN



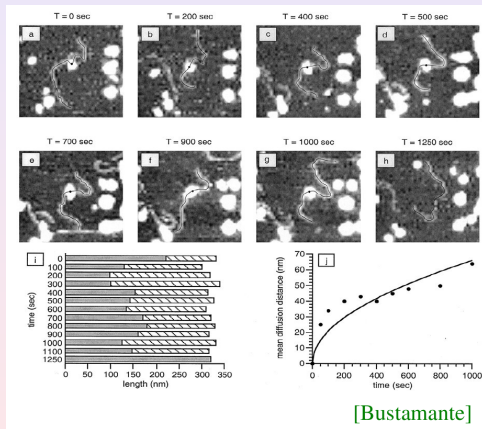
ADN : plus de 10^5 paires de base
 site cible: quelques paires de base
 ⇒ Recherche **difficile**

Temps de réaction après **diffusion 3D** (Smoluchowski) \sim
 $1/\text{rayon de la cible}$

Temps de réaction après **diffusion 1D** \sim (*longueur de l'ADN*)²

⇒ **Modèle** : intermittence 1D/3D [Berg et all (1981)]

Diffusion 1D



[Bustamante]

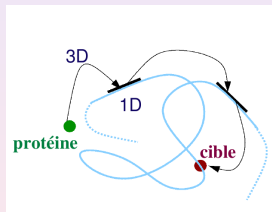
$$\langle t \rangle \sim \frac{L^2}{D} \text{ trop lent !}$$

Comment une protéine enzymatique trouve-t-elle son site cible sur l'ADN ?

Temps 1D

$$P_{1D} = \lambda_1 \exp^{-\lambda_1 t}$$

$$\langle t_{1D} \rangle = 1/\lambda_1$$



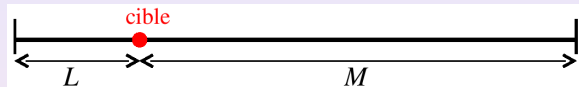
Temps 3D

$$P_{3D} = \lambda_2 \exp^{-\lambda_2 t}$$

$$\langle t_{3D} \rangle = 1/\lambda_2$$

Hypothèse: pas de **corrélations** dans les excursions 3D
 \Rightarrow **position aléatoire** après chaque excursion 3D

Temps de premier passage sur la cible ?
 Stratégie optimale par rapport à λ_1 ?

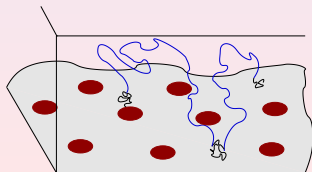
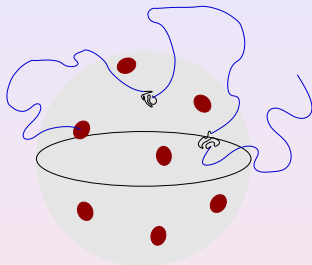


$$\langle T \rangle = \left(\frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_2} \right) \left[\frac{\sqrt{\frac{\lambda_1}{D}} (L+M)}{\tanh(\sqrt{\frac{\lambda_1}{D}} L) + \tanh(\sqrt{\frac{\lambda_1}{D}} M)} - 1 \right]$$

$\langle T \rangle$ croît **linéairement** avec la longueur du brin d'ADN
 $l = L + M$.

Dans la limite des grandes tailles, la **stratégie optimale** est vérifiée pour $\lambda_1 = \lambda_2$

[J. Chem. Phys., (2007)]



Exemples d'application

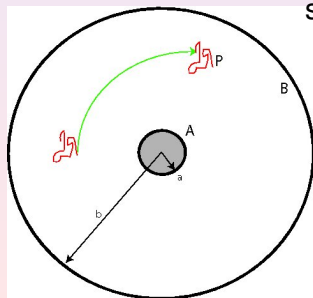
- Transport à travers des **membranes biologiques** (membranes cellulaires, nucléaires, ...)
- **Catalyse hétérogène**

Plan

- 1 Introduction
- 2 Stratégies de recherche intermittente de cibles par des animaux
 - Ce qui a été fait
 - Modèle
 - Comparaison expérimentale
- 3 Processus de recherche intermittent et téléportation**
 - Protéine cherchant un site cible sur l'ADN
 - Téléportation dans un système continu à symétrie sphérique**
 - Téléportation dans des réseaux réguliers à 1D et à 2D
- 4 Temps de résidence en milieu confiné
- 5 Conclusion

Téléportation dans un système continu à symétrie sphérique 1

Soit un point P cherchant une cible immobile dans un système à symétrie sphérique par intermittence,



- Régime 1 : **diffusion isotropique**
- Régime 2 : **"téléportation"** c'est à dire repositionnement aléatoire avec une probabilité uniforme en chaque point de la sphère.

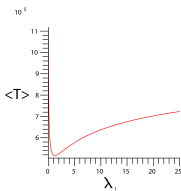
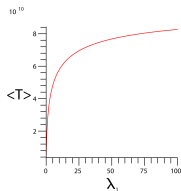
Soit $\hat{F}(s)$ la transformée de Laplace de la densité de probabilité du temps de premier passage.

$$\hat{F}(s) = \frac{\langle \tilde{j}_1(\lambda_1 + s | \mathbf{x}) \rangle_B + \frac{v(A)}{v(B)}}{1 - \frac{1 - \frac{v(A)}{v(B)} - \langle \tilde{j}_1(\lambda_1 + s | \mathbf{x}) \rangle_B}{(1 + \frac{s}{\lambda_1})(1 + \frac{s}{\lambda_2})}}$$

Par définition, le **temps de premier passage** s'écrit :

$$\langle t \rangle = - \left(\frac{\partial \hat{F}(s)}{\partial s} \right)_{s=0}$$

Téléportation dans un système continu à symétrie sphérique 2



Après quelques calculs, on a

$$\langle t \rangle = \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{\lambda_1 \lambda_2} \frac{[(\frac{b}{a})^d - 1] \bar{X}_\nu + \frac{d}{a} \sqrt{\frac{D}{\lambda_1}} \bar{Y}_\nu}{\bar{X}_\nu - \frac{d}{a} \sqrt{\frac{D}{\lambda_1}} \bar{Y}_\nu}$$

$$\bar{X}_\nu = K_{\nu-1}(b\sqrt{\frac{\lambda_1}{D}})I_\nu(a\sqrt{\frac{\lambda_1}{D}}) + K_\nu(a\sqrt{\frac{\lambda_1}{D}})I_{\nu-1}(b\sqrt{\frac{\lambda_1}{D}})$$

$$\bar{Y}_\nu = K_{\nu-1}(b\sqrt{\frac{\lambda_1}{D}})I_{\nu-1}(a\sqrt{\frac{\lambda_1}{D}}) - K_{\nu-1}(a\sqrt{\frac{\lambda_1}{D}})I_{\nu-1}(b\sqrt{\frac{\lambda_1}{D}})$$

limite de basse densité: $b^d \gg a^d$ et $b^2 \gg \frac{D}{\lambda_1}$

temps d'attente courts: $\tau_1 \ll \tau \equiv \frac{a^2}{D}$

Le temps moyen de premier passage s'écrit

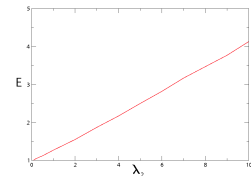
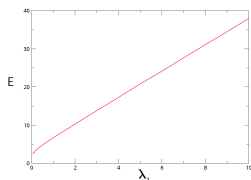
$$\langle t \rangle \sim \frac{1}{2} \left(\frac{b}{a} \right)^d \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{\lambda_1 \lambda_2} \frac{x}{x + d}$$

avec $x = a \sqrt{\frac{\lambda_1}{D}}$

La **valeur optimale** de λ_1 varie comme

$$\lambda_1 \sim \left(\frac{2}{d} \right)^2 \frac{a^2}{D} \lambda_2^2$$

temps caractéristique $\tau \equiv \frac{a^2}{D}$



L'**efficacité** de l'intermittence peut être caractérisé par le rapport $E = \frac{\langle t \rangle_{diff}}{\langle t \rangle_{min}}$

$$E = \begin{cases} \frac{2}{3} \frac{ab}{D\tau_2} = \frac{2}{3} \frac{b}{a} \frac{\tau}{\tau_2} & \text{si } d = 1 \\ \frac{a^2}{D\tau_2} \ln\left(\frac{b}{a}\right) = \ln\left(\frac{b}{a}\right) \frac{\tau}{\tau_2} & \text{si } d = 2 \\ \frac{2}{d(d-2)} \frac{\tau}{\tau_2} & \text{si } d \geq 3 \end{cases}$$

temps d'attente longs: τ_1 et $\tau_2 \gg \tau$

A **une dimension**: la valeur optimale de λ_1 est $\lambda_1 \sim \lambda_2$

$$\text{d'où } \langle T \rangle_{\min} \sim \frac{2b}{\sqrt{D}} \sqrt{\tau_2}$$

$$\text{et l'efficacité } E = \frac{2}{3} \frac{b}{a} \sqrt{\frac{\tau}{\tau_2}}$$

A **deux dimensions**, la valeur optimale de λ_1 est

$$\lambda_1 = \frac{\lambda_2}{\ln(\gamma)} \left[1 - \frac{\ln(\gamma)}{\gamma} \right] \text{ avec } \gamma = \left| \ln\left(\frac{a^2 \lambda_2}{D}\right) \right|$$

$$\text{d'où } \langle T \rangle_{\min} \sim \frac{b^4}{4D} [\gamma + \ln(\gamma)]$$

$$\text{et l'efficacité } E \sim \frac{\ln\left(\frac{b^2}{a^2}\right)}{\ln\left(\frac{\tau}{\tau_2}\right)}$$

A **trois dimensions**, la valeur optimale de λ_1 est

$$\lambda_1 = \frac{D}{a^2} \left[-1 + \sqrt{1 + \frac{a^2 \lambda_2}{D}} \right]^2$$

$$\text{d'où } \langle t \rangle_{\min} = \frac{b^3}{Da} \frac{1}{1 + \sqrt{1 + \frac{\lambda_2 a^2}{D}}}$$

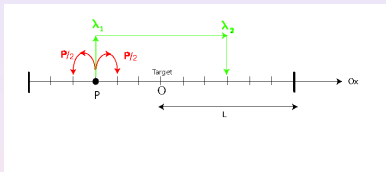
$$\text{et l'efficacité est } E = \frac{1}{2} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{\tau}{\tau_2}} \right) \geq 1$$

L'intermittence permet de réduire le temps de recherche à 1 et 2 dimensions mais perd de son intérêt à plus haute dimension.

Plan

- 1 Introduction
- 2 Stratégies de recherche intermittente de cibles par des animaux
 - Ce qui a été fait
 - Modèle
 - Comparaison expérimentale
- 3 Processus de recherche intermittent et téléportation**
 - Protéine cherchant un site cible sur l'ADN
 - Téléportation dans un système continu à symétrie sphérique
 - Téléportation dans des réseaux réguliers à 1D et à 2D**
- 4 Temps de résidence en milieu confiné
- 5 Conclusion

Téléportation dans un réseau régulier à 1D



On a

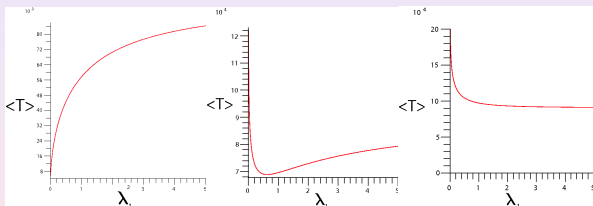
$$\hat{F}(s) = \frac{\langle j_1(s|x) \rangle + \frac{1}{2L+1}}{1 - \frac{1 - \frac{1}{2L+1} - \langle j_1(s|x) \rangle}{(1 + \frac{s}{\lambda_1})(1 + \frac{s}{\lambda_2})}}$$

Le **temps moyen de premier passage** est

$$\langle t \rangle = \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{\lambda_1 \lambda_2} \frac{2L(\lambda_1 + p - \alpha)(\alpha^{2L+1} + p^{2L+1}) - p(p + \alpha)(p^{2L} - \alpha^{2L})}{(2p + \lambda_1)(p^{2L+1} - \alpha^{2L+1})}$$

avec $\alpha = \lambda_1 + p - \sqrt{\lambda_1} \sqrt{\lambda_1 + 2p}$

$\langle t \rangle$ peut avoir trois comportements possibles:



(i) si $\frac{\rho}{\lambda_2} < \frac{2L}{2L+1}$

(ii) si $\frac{2L}{2L+1} < \frac{\rho}{\lambda_2} < \frac{2}{15}(3 + L + L^2)$

(iii) si $\frac{\rho}{\lambda_2} > \frac{2}{15}(3 + L + L^2)$

Pour de basse densité, $L \rightarrow \infty$, $\langle t \rangle$ peut être approximé par

$$\langle t \rangle = 2 \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{\lambda_1 \lambda_2} \frac{1}{\sqrt{1 + 2 \frac{\rho}{\lambda_1}}} L$$

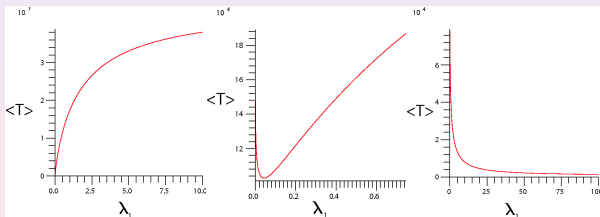
La **valeur optimale de λ_1** est donnée par

$$\lambda_1 = \frac{\rho}{\rho - \lambda_2} \lambda_2$$

Si $\rho \gg \lambda_2$, la marche aléatoire est approximativement une diffusion et on trouve que $\lambda_1 \sim \lambda_2$, comme dans le cas continu à une dimension.

Téléportation dans un réseau régulier à 2D

$\langle t \rangle$ peut avoir trois comportements possibles à 2D aussi :



Plan

- 1 Introduction
- 2 Stratégies de recherche intermittente de cibles par des animaux
 - Ce qui a été fait
 - Modèle
 - Comparaison expérimentale
- 3 Processus de recherche intermittent et téléportation
 - Protéine cherchant un site cible sur l'ADN
 - Téléportation dans un système continu à symétrie sphérique
 - Téléportation dans des réseaux réguliers à 1D et à 2D
- 4 Temps de résidence en milieu confiné
- 5 Conclusion

Plan

- 1 Introduction
- 2 Stratégies de recherche intermittente de cibles par des animaux
 - Ce qui a été fait
 - Modèle
 - Comparaison expérimentale
- 3 Processus de recherche intermittent et téléportation
 - Protéine cherchant un site cible sur l'ADN
 - Téléportation dans un système continu à symétrie sphérique
 - Téléportation dans des réseaux réguliers à 1D et à 2D
- 4 Temps de résidence en milieu confiné
- 5 Conclusion

Plan

- 1 Introduction
- 2 Stratégies de recherche intermittente de cibles par des animaux
 - Ce qui a été fait
 - Modèle
 - Comparaison expérimentale
- 3 **Processus de recherche intermittent et téléportation**
 - Protéine cherchant un site cible sur l'ADN
 - Téléportation dans un système continu à symétrie sphérique
 - Téléportation dans des réseaux réguliers à 1D et à 2D
- 4 Temps de résidence en milieu confiné
- 5 Conclusion

Plan

- 1 Introduction
- 2 Stratégies de recherche intermittente de cibles par des animaux
 - Ce qui a été fait
 - Modèle
 - Comparaison expérimentale
- 3 Processus de recherche intermittent et téléportation
 - Protéine cherchant un site cible sur l'ADN
 - Téléportation dans un système continu à symétrie sphérique
 - Téléportation dans des réseaux réguliers à 1D et à 2D
- 4 Temps de résidence en milieu confiné
- 5 Conclusion

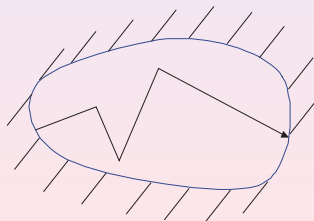
Plan

- 1 Introduction
- 2 Stratégies de recherche intermittente de cibles par des animaux
 - Ce qui a été fait
 - Modèle
 - Comparaison expérimentale
- 3 Processus de recherche intermittent et téléportation
 - Protéine cherchant un site cible sur l'ADN
 - Téléportation dans un système continu à symétrie sphérique
 - Téléportation dans des réseaux réguliers à 1D et à 2D
- 4 Temps de résidence en milieu confiné
- 5 Conclusion

Influence d'un confinement géométrique sur le temps de première rencontre entre les partenaires de réaction

Statistiques de premier passage d'une particule brownienne en milieu confiné

[Europhys. Lett.,(2005)]



Propriétés de "retour"

Ce qui a été fait

- **Blanco, Fournier (2003):**

Marcheur de Pearson 3D: vitesse v , fréquence λ

$$\langle t_1 \rangle_{\Sigma} = \frac{\eta_d V}{v \Sigma}$$

⇒ indépendant de λ !

- **Mazzolo (2004):**

Relation entre les moments

$$\langle t_{n-1} \rangle_V = \frac{\langle t_{n-1} \rangle_{\Sigma}}{n \langle t_1 \rangle_{\Sigma}}$$

démonstration des temps de première sortie 1

Soit $p(\vec{r}', \vec{v}', t | \vec{r}, \vec{v})$ la densité de probabilité conditionnelle qu'au temps t la particule soit à la position \vec{r}' avec une vitesse \vec{v}' , sachant qu'elle est partie initialement de la position \vec{r} avec une vitesse \vec{v} .

L'équation de **Chapman-Kolmogorov** vers le passé donne

$$\begin{aligned} \partial_t p(\vec{r}', \vec{v}', t | \vec{r}, \vec{v}) &= \vec{v} \cdot \vec{\nabla}_{\vec{r}} p(\vec{r}', \vec{v}', t | \vec{r}, \vec{v}) \\ &+ \frac{\lambda}{\sigma_d} \int d\vec{v}'' [p(\vec{r}', \vec{v}', t | \vec{r}, \vec{v}'') - p(\vec{r}', \vec{v}', t | \vec{r}, \vec{v})] \end{aligned}$$

où $\sigma_d = \frac{2\pi^{\frac{d}{2}}}{\Gamma(\frac{d}{2})}$

démonstration des temps de première sortie 2

Soit $t_n(\vec{r}, \vec{v})$ le n -ième moment du temps de première sortie, qui vérifie $t_n(\vec{r}, \vec{v}) = 0$ à la frontière absorbante ($\vec{r} \in \Sigma$), pour tout $n \geq 1$ et pour une vitesse dirigée vers l'extérieur.

$$\vec{v} \cdot \vec{\nabla}_{\vec{r}} t_n(\vec{r}, \vec{v}) + \frac{\lambda}{\sigma_d} \int d\tilde{v}'' (t_n(\vec{r}, \tilde{v}'') - t_n(\vec{r}, \vec{v})) = -n t_{n-1}(\vec{r}, \vec{v}),$$

En remarquant que la quantité symétrique $\int d\tilde{v} d\tilde{v}'' t_n(\vec{r}, \tilde{v}'') - \int d\tilde{v} d\tilde{v}'' t_n(\vec{r}, \vec{v})$ est évidemment égale à zéro, et que $\vec{v} \cdot \vec{\nabla}_{\vec{r}} t_n(\vec{r}, \vec{v}) = \text{div}(t_n(\vec{r}, \vec{v})\vec{v})$, l'intégration sur toutes les positions et toutes les vitesses initiales possibles donne :

$$\int d\tilde{v} \int_V d\vec{r} \text{div}(t_n(\vec{r}, \vec{v})\vec{v}) = -n \int d\tilde{v} \int_V d\vec{r} t_{n-1}(\vec{r}, \vec{v}).$$

démonstration des temps de première sortie 3

En appliquant le théorème de Gauss de la divergence sur le membre de gauche :

$$\langle t_n \rangle_{\Sigma} = \eta_d \frac{n V}{V \Sigma} \langle t_{n-1} \rangle_V,$$

où les deux moyennes sont définies pour toute fonction f par :

$$\langle f \rangle_{\Sigma} = -\frac{1}{V \Sigma \alpha_d} \int d\vec{v} \int_{\Sigma} d\vec{\Sigma} \cdot \vec{v} f(\vec{r}, \vec{v}), \text{ et } \langle f \rangle_V = \frac{1}{V \sigma_d} \int d\vec{v} \int_V d\vec{r} f(\vec{r}, \vec{v})$$

avec $\alpha_d = \frac{2\pi^{\frac{d-1}{2}}}{(d-1)\Gamma(\frac{d-1}{2})}$ est le flux d'un vecteur unitaire distribué de façon isotrope à travers une surface unité, et

$\eta_d = \frac{\sigma_d}{\alpha_d} = \sqrt{\pi}(d-1) \frac{\Gamma(\frac{d-1}{2})}{\Gamma(\frac{d}{2})}$ est une constante dépendant de la dimension.

Influence d'un confinement géométrique

Nos extensions en utilisant l'équation différentielle de **Chapman-Kolmogorov vers le passé**

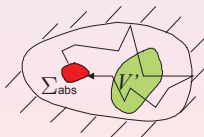
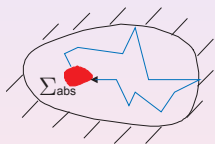
- **Conditions aux limites** générales:

$$\langle t_1 \rangle_{\Sigma_{abs}} = \frac{\eta_d}{v} \frac{V}{\Sigma_{abs}}$$

- Temps de résidence **dans un sous domaine** de volume V'

$$\langle \tau_1 \rangle_{\Sigma_{abs}} = \frac{\eta_d}{v} \frac{V'}{\Sigma_{abs}}$$

- Processus stochastiques généraux



Plan

- 1 Introduction
- 2 Stratégies de recherche intermittente de cibles par des animaux
 - Ce qui a été fait
 - Modèle
 - Comparaison expérimentale
- 3 Processus de recherche intermittent et téléportation
 - Protéine cherchant un site cible sur l'ADN
 - Téléportation dans un système continu à symétrie sphérique
 - Téléportation dans des réseaux réguliers à 1D et à 2D
- 4 Temps de résidence en milieu confiné
- 5 Conclusion

Plan

- 1 Introduction
- 2 Stratégies de recherche intermittente de cibles par des animaux
 - Ce qui a été fait
 - Modèle
 - Comparaison expérimentale
- 3 Processus de recherche intermittent et téléportation
 - Protéine cherchant un site cible sur l'ADN
 - Téléportation dans un système continu à symétrie sphérique
 - Téléportation dans des réseaux réguliers à 1D et à 2D
- 4 Temps de résidence en milieu confiné
- 5 Conclusion

Plan

- 1 Introduction
- 2 Stratégies de recherche intermittente de cibles par des animaux
 - Ce qui a été fait
 - Modèle
 - Comparaison expérimentale
- 3 **Processus de recherche intermittent et téléportation**
 - Protéine cherchant un site cible sur l'ADN
 - Téléportation dans un système continu à symétrie sphérique
 - Téléportation dans des réseaux réguliers à 1D et à 2D
- 4 Temps de résidence en milieu confiné
- 5 Conclusion

Plan

- 1 Introduction
- 2 Stratégies de recherche intermittente de cibles par des animaux
 - Ce qui a été fait
 - Modèle
 - Comparaison expérimentale
- 3 **Processus de recherche intermittent et téléportation**
 - Protéine cherchant un site cible sur l'ADN
 - Téléportation dans un système continu à symétrie sphérique
 - Téléportation dans des réseaux réguliers à 1D et à 2D
- 4 Temps de résidence en milieu confiné
- 5 Conclusion

Plan

- 1 Introduction
- 2 Stratégies de recherche intermittente de cibles par des animaux
 - Ce qui a été fait
 - Modèle
 - Comparaison expérimentale
- 3 **Processus de recherche intermittent et téléportation**
 - Protéine cherchant un site cible sur l'ADN
 - Téléportation dans un système continu à symétrie sphérique
 - Téléportation dans des réseaux réguliers à 1D et à 2D
- 4 Temps de résidence en milieu confiné
- 5 Conclusion

Conclusion

- Le temps moyen de premier passage $\langle T \rangle$ est un bon paramètre pour étudier les processus de recherche.
- L'intermittence est un processus très efficace pour optimiser la recherche
- Elle est observée à différentes échelles
- Efficacité de la téléportation à basse dimension

Perspectives

- Modèles très simples encore à développer
- Examiner le cas d'une distribution aléatoire de cibles
- Mieux étudier les effets de mémoire spatiale et temporelle
- Etudier les interactions entre différents chercheurs et différentes cibles au moins numériquement.
- De nombreuses applications en biologie comportementale, en biologie moléculaire, en chimie...

Publications

[1] *Averaged residence times of stochastic motions in bounded domains* O. Bénichou, M. Coppey, M. Moreau, P.H. Suet, and R. Voituriez., *Europhys. Lett.*, **70**, 42, (2005).

[2] *Optimal search strategies for hidden targets* O. Bénichou, M. Coppey, M. Moreau, P.H. Suet, and R. Voituriez., *PRL*, **94**, 198101, (2005).

[3] *A stochastic model for intermittent search strategies* O. Bénichou, M. Coppey, M. Moreau, P.H. Suet, and R. Voituriez., *J. Phys.: Condens. Matter* , **17**, 4275 (2005).

[4] *A stochastic theory for intermittent behaviour of foraging animals* O. Bénichou, M. Coppey, M. Moreau, P.H. Suet, and R. Voituriez., *Physica A* , **356**, 151 (2005).

[5] *Intermittent search process and teleportation* O. Bénichou, M. Moreau, P.H. Suet, and R. Voituriez, J. Chem. Phys. , (2007).

[6] *Intermittent search process : Chance against Strategy* M. Moreau, O. Bénichou, C.Loverdo, P.H. Suet, and R. Voituriez, , (2007).

Références

Viswanathan G.M., Buldyrev S.V., Havlin S., da Luz M.G.E., Raposo E.P., Stanley H.E., *Optimizing the success of random searches*, Nature, **401**, 911, (1999)

Berg O.G., Winter R.B., von Hippel P.H., Biochemistry **20**, 6929, (1981)

Blanco S., Fournier R., *An invariance property of diffusive random walks*, Europhys. Lett., **61**, 168, (2003)

Mazzolo A., *Properties of diffusive random walks in bounded domains*, Europhys. Lett., **68**, 350, (2004)